1 Operatori

Grupu afinih preslikavanja n-dimenzionog prostora označavamo sa $\mathrm{Aff}_n(\mathbb{R})$.

$$\mathrm{Aff}_n = \left\{ \left(\begin{array}{cc} A & v \\ 0 & 1 \end{array} \right) \middle| A \in GL(n, \mathbb{R}),\ v \in \mathbb{R}^n \right\} \tag{1.1}$$

2 Okruženja

Primer 1. Odrediti formule afinog preslikavanja f ravni koje tačke $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$ preslikava redom u tačke $O'(2,3), A'(6,5), B'(3,0)$.

Rešenje:. Slika koordinatnog početka je tačka O', pa je $(b_1, b_2) = (2,3)$. Odredimo slike baznih vektora.

$$\bar{f}(\overrightarrow{e_1}) = \bar{f}(OA) = \overrightarrow{f(O)f(A)} = \overrightarrow{O'A'} = (4,2).$$

Slično je $\bar{f}(\overrightarrow{e_2}) = (1,-3)$. Upišemo li koordinate slika baznih vektora kao kolone matrice dobijamo tražene formule preslikavanja:

$$\left(\begin{array}{c} x' \\ y' \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \right).$$

Teorema 2.1. *Postoji jedinstveno afino preslikavanje ravni koje preslikava tri nekolinearne tačke P, Q, R u tri nekolinearne tačke P', Q', R', redom.*

Dokaz. Ukoliko treba da odredimo afino preslikavanje koje slika tri nekolinearne tačke P, Q, R redom u nekolinearne tačke P', Q', R', to radimo na sledeći način. Kao u prethodnom primeru odredimo afina preslikavanja f, g koja slikaju:

$$f : O, A, B \mapsto P, Q, R, \qquad g : O, A, B \mapsto P', Q', R',$$

gde su O, A, B tačke sa koordinatama kao u Primeru 1. Preslikavanje $g \circ f^{-1}$ je traženo afino preslikavanje ravni. Jasno je da su preslikavanja f i g, pa zato i traženo preslikavanje, jedinstveno određeni. $\square$